ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО  
  
протокол № 18 / 03   
  
от « 31 » мая 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

|  |  |
| --- | --- |
| Направление подготовки (специальность) | 01.04.02 Прикладная математика и информатика |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Семестр** | **Трудоемкость, кред.** | **Общий объем курса, час.** | **Лекции, час.** | **Практич. занятия, час.** | **Лаборат. работы, час.** | **СРС, час.** | **КСР, час.** | **Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП** |
| 2 | 2 | 72 | 15 | 15 | 0 | 42 | 0 | З |

АННОТАЦИЯ

Семестровый курс «Геометрические методы в математической физике», читаемый магистрам кафедры «Прикладная математика» НИЯУ «МИФИ» является расширенным введением в дифференциальную геометрию и ее приложения в различных областях современной теоретической физики для студентов физико-математических специальностей университетов. Объектом исследования здесь являются дифференцируемые многообразия и дифференциальные структуры на нем. В большей части обсуждаемого материала не предполагается, что рассматриваемое многообразие снабжено метрикой, таким образом, внимание акцентируется на дифференциальных структурах, которые могут быть определены естественным образом. Ключевой особенностью изложения является именно геометрическая трактовка ключевых понятий вектора, векторных и тензорных полей на многообразии. Вводится понятие производной Ли векторных и тензорных полей вдоль конгруэнции векторного поля. Значительная часть курса посвящена исчислению дифференциальных форм. Вводятся понятия внешнего умножения, внешнего дифференцирования, формы объема. Теорема Фробениуса доказывается в терминах векторных полей и в терминах дифференциальных форм. Доказывается лемма Пуанкаре и теорема Стокса. В качестве примеров приложения методов дифференциальной геометрии в теоретической физике рассматриваются избранные разделы термодинамики, гамильтоновой механики и динамики идеальной жидкости.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения учебной дисциплины «Геометрические методы в математической физике» является наглядное знакомство студентов с основными терминами и методами дифференциальной геометрии, освоение актуального математического аппарата, достаточного для успешного и более основательного изучения современной математической литературы, а также исследований в различных областях физики.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: анализ, линейная алгебра, теория групп, уравнения математической физики.

Для успешного освоения дисциплины от студентов требуются базовые знания по курсам дифференциального и интегрального исчисления действительно-значных функций действительных переменных, линейной алгебры, теории групп. Полезным, но не критичным является знакомство студентов с курсом римановой геометрии и тензорного анализа. При изучении физических приложений предполагается, что студенты имеют представление об основах классической механики, механики сплошных сред, электродинамики, термодинамики и квантовой механики в рамках базовых курсов теоретической физики университетской программы для специальностей «прикладная математика и информатика», «прикладная математика и физика» и «теоретическая физика».

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания могут использоваться, при подготовке дипломных проектов, при проведении научно-поисковых исследований.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и общепрофессиональные компетенции:

|  |  |
| --- | --- |
| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции |

Профессиональные компетенции в соотвествии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Задача профессиональной деятельности (ЗПД)** | **Объект или область знания** | **Код и наименование профессиональной компетенции;** **Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)** | **Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции** |

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п.п** | **Наименование раздела учебной дисциплины** | **Недели** | **Лекции/ Практ. (семинары )/ Лабораторные работы, час.** | **Обязат. текущий контроль (форма\*, неделя)** | **Максимальный балл за раздел\*\*** | **Аттестация раздела (форма\*, неделя)** | **Индикаторы освоения компетенции** |
|  | *2 Семестр* |  |  |  |  |  |  |
| 1 | Первый раздел | 1-8 |  | ДЗ-7 | КИ-8 | 25 |  |
| 2 | Второй раздел | 9-15 |  | ДЗ-14 | КИ-15 | 25 |  |
|  | *Итого за 2 Семестр* |  | 15/15/0 |  |  | 50 |  |
|  | **Контрольные мероприятия за 2 Семестр** |  |  |  | З | 50 |  |

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

|  |  |
| --- | --- |
| **Обозначение** | **Полное наименование** |
| ДЗ | Домашнее задание |
| КИ | Контроль по итогам |
| З | Зачет |

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Недели** | **Темы занятий / Содержание** | **Лек., час.** | **Пр./сем., час.** | **Лаб., час.** |
|  | *2 Семестр* | 15 | 15 | 0 |
| **1-8** | **Первый раздел** | 8 | 8 |  |
| 1 - 2 | **Тема 1. Введение** Топологические пространства, топология R^n  Отображения, действительно-значные функции действительных переменных  Основные понятия теории групп, основы линейной алгебры. | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 2 | 2 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |
| 3 - 6 | **Тема 2. Дифференцируемые многообразия и тензорные поля** -Понятие многообразия, кривые и функции на многообразиях  -Векторы и векторные поля. Базис  -Расслоенные пространства. Касательное расслоение  -Интегральные кривые векторных полей. Экспонента векторного поля. Скобки Ли. Координатный базис.  -Один-формы. Поле один-форм.  -Подмногообрзия. Отображения многообразий. Ранг отображения. Теорема о вложении многообразия в эвклидово пространство  -Тензоры и тензорные поля. Тензорное произведение. Тензорные операции, функции и скаляры.  -Метрический тензор. Поле метрического тензора. | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 4 | 4 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |
| 7 - 8 | **Тема 3. Производные Ли** -Перенос Ли. Производная Ли. Ли-тянутые поля. Инвариантность. Векторы Киллинга  -Теорема Фробениуса | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 2 | 2 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |
| **9-15** | **Второй раздел** | 7 | 7 |  |
| 9 - 10 | **Тема 4. Алгебра дифференциальных форм** -Форма объема  -Грассманова алгебра. Ограничение форм  -Ориентируемые многообразия. Внутренняя и внешняя ориентируемость. Интегрирование форм.  -Метрический элемент объема | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 2 | 2 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |
| 11 - 13 | **Тема 5. Дифференциальное исчисление форм** -Внешнаяя производная. Примеры  -Лемма Пуанкаре  - Внешняя производная и производная Ли  - теорема Стокса  - теорема Фробениуса на языке форм | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 3 | 3 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |
| 14 - 15 | **Тема 6. Физические приложения** -Термодинамика. Температура и энтропия. Тождества Максвелла. Теорема Каратеодори  -Динамика идеальной жидкости. Теорема о сохранении вихрей  -Гамильтонова механика. Симплектические многообразия. Гамильтоновы векторные поля. Канонические преобразования. Уравнения Гамильтона. Скобка Пуассона. Пуассоновы многообразия. Гамильтонова механика со связями. | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов | Всего аудиторных часов |
| 2 | 2 |  |
| Онлайн | Онлайн | Онлайн |
|  |  |  |

Сокращенные наименования онлайн опций:

|  |  |
| --- | --- |
| **Обозначение** | **Полное наименование** |
| ЭК | Электронный курс |
| ПМ | Полнотекстовый материал |
| ПЛ | Полнотекстовые лекции |
| ВМ | Видео-материалы |
| АМ | Аудио-материалы |
| Прз | Презентации |
| Т | Тесты |
| ЭСМ | Электронные справочные материалы |
| ИС | Интерактивный сайт |

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. При выполнении домашнего задания студентам предоставляется методически важная возможность проведения аналитических вычислений и несложных доказательств опорных утверждений. Часть занятий, в частности получение ряда важных свойств исследуемых объектов, проведение математических выкладок и иллюстрация результатов проводится в интерактивной форме дискуссии и предполагает активное участие студентов в освоении материала. Обязательным требованием является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| **Компетенция** | **Индикаторы освоения** |

Оценочные средства приведены в приложении.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ Г 32 Коммутативные нормированные кольца : , Москва: Физматлит, 2011

2. ЭИ К 89 Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012

3. ЭИ Р 69 Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие, Москва: Лаборатория знаний, 2015

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 512 С18 Дифференциальные формы на гладких многообразиях : учебное пособие, Москва: НИЯУ МИФИ, 2014

2. ЭИ С 34 Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2007

3. 512 Ш30 Основы алгебраической геометрии : , И. Р. Шафаревич, Москва: МЦНМО, 2007

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

-

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ОС НИЯУ МИФИ (ФГОС) и учебным планом основной образовательной программы (программ).

Автор(ы):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Шильников Кирилл Евгеньевич |  |

Рецензент(ы):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | к.ф.-м.н. доцент Карташев А.П. |  |